

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ  
10 – 11 КЛАСС**

## Рабочая программа по математике в 10-11 классе

### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа разработана на основе примерной программы ФГОС СОО по математике и авторской программы по алгебре Ш.А. Алимova и др. и по геометрии Л.С. Атанасяна и др., с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

**Целями реализации** основной образовательной программы среднего общего образования являются:

- становление и развитие личности обучающегося в ее самобытности и уникальности, осознание собственной индивидуальности, появление жизненных планов, готовность к самоопределению;
- достижение выпускниками планируемых результатов: компетенций и компетентностей, определяемых личностными, семейными, общественными, государственными потребностями и возможностями обучающегося старшего школьного возраста, индивидуальной образовательной траекторией его развития и состоянием здоровья.

Достижение поставленных целей при разработке и реализации образовательной организацией основной образовательной программы среднего общего образования предусматривает решение следующих **основных задач**:

- формирование российской гражданской идентичности обучающихся;
- сохранение и развитие культурного разнообразия и языкового наследия многонационального народа Российской Федерации, реализация права на изучение родного языка, овладение духовными ценностями и культурой многонационального народа России;
- обеспечение равных возможностей получения качественного среднего общего образования;
- обеспечение достижения обучающимися образовательных результатов в соответствии с требованиями, установленными Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (далее – ФГОС СОО);
- обеспечение реализации образования на уровне среднего общего образования в объеме основной образовательной программы, предусматривающей изучение обязательных учебных предметов, входящих в

учебный план (учебных предметов по выбору из обязательных предметных областей, дополнительных учебных предметов, курсов по выбору и общих для включения во все учебные планы учебных предметов, в том числе на углубленном уровне), а также внеурочную деятельность;

– установление требований к воспитанию и социализации обучающихся, их самоидентификации посредством лично и общественно значимой деятельности, социального и гражданского становления, осознанного выбора профессии, понимание значения профессиональной деятельности для человека и общества, в том числе через реализацию образовательных программ, входящих в основную образовательную программу;

– обеспечение преемственности основных образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего, профессионального образования;

– развитие государственно-общественного управления в образовании;

– формирование основ оценки результатов освоения обучающимися основной образовательной программы, деятельности педагогических работников, организаций, осуществляющих образовательную деятельность;

– создание условий для развития и самореализации обучающихся, для формирования здорового, безопасного и экологически целесообразного образа жизни обучающихся.

### **Место курса математики в учебном плане**

В соответствии с учебным планом МАОУ «Рябининская СОШ» курс учебного предмета «Математика» изучается с 10 по 11 класс на базовом уровне в объеме 6 часов в неделю, всего 402 часа.

### **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

#### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными *познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

#### Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

#### Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной

деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### **Планируемые предметные результаты освоения**

На уровне среднего общего образования в соответствии с ФГОС СОО, помимо традиционных двух групп результатов «Выпускник научится» и «Выпускник получит возможность научиться», появляются еще две группы результатов: результаты базового и углубленного уровней.

Группа результатов «Выпускник научится» представляет собой результаты, достижение которых обеспечивается учителем в отношении всех обучающихся, выбравших данный уровень обучения. Группа результатов «Выпускник получит возможность научиться» обеспечивается учителем в отношении части наиболее мотивированных и способных обучающихся, выбравших данный уровень обучения. При контроле качества образования группа заданий, ориентированных на оценку достижения планируемых результатов из блока «Выпускник получит возможность научиться», может включаться в материалы блока «Выпускник научится». Это позволит предоставить возможность обучающимся продемонстрировать овладение качественно иным уровнем достижений и выявлять динамику роста численности наиболее подготовленных обучающихся.

Принципиальным отличием результатов базового уровня от результатов углубленного уровня является их целевая направленность. Результаты базового уровня ориентированы на общую функциональную грамотность, получение компетентностей для повседневной жизни и общего развития. Эта группа результатов предполагает:

- понимание предмета, ключевых вопросов и основных составляющих элементов изучаемой предметной области, что обеспечивается не за счет заучивания определений и правил, а посредством моделирования и постановки проблемных вопросов культуры, характерных для данной предметной области;

- умение решать основные практические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;

- осознание рамок изучаемой предметной области, ограниченности методов и инструментов, типичных связей с некоторыми другими областями знания.

Результаты **углубленного** уровня ориентированы на получение компетентностей для последующей профессиональной деятельности как в рамках данной предметной области, так и в смежных с ней областях. Эта группа результатов предполагает:

- овладение ключевыми понятиями и закономерностями, на которых строится данная предметная область, распознавание соответствующих им признаков и взаимосвязей, способность демонстрировать различные подходы к изучению явлений, характерных для изучаемой предметной области;

- умение решать как некоторые практические, так и основные теоретические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;

- наличие представлений о данной предметной области как целостной теории (совокупности теорий), об основных связях с иными смежными областями знаний.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### **10 КЛАСС**

#### **Числа и вычисления**

Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты.

Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами.

Выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений.

Оперировать понятиями: степень с целым показателем; стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.



Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции.

### **Уравнения и неравенства**

Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство; целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство; тригонометрическое уравнение;

Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения.

Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств.

Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### **Функции и графики**

Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции.

Оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства.

Использовать графики функций для решения уравнений.

Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выразить формулами зависимости между величинами.

### **Начала математического анализа**

Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Задавать последовательности различными способами.

Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера.

### **Множества и логика**

Оперировать понятиями: множество, операции над множествами.

Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство.

## 11 КЛАСС

### **Числа и вычисления**

Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач.

Оперировать понятием: степень с рациональным показателем.

Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

### **Уравнения и неравенства**

Применять свойства степени для преобразования выражений; оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств.

Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств.

Находить решения простейших тригонометрических неравенств.

Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач.

Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### **Функции и графики**

Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции, заданной графиком.

Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств.

Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

### **Начала математического анализа**

Оперировать понятиями: непрерывная функция; производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций.

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков.

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла.

Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

### **Элементы комбинаторики, статистики, теории вероятности**

Выпускник научится:

- использовать простейшие способы представления и анализа статистических данных;
- находить относительную частоту и вероятность случайного события;
- решать комбинаторные задачи на нахождение числа объектов или комбинаций.

*Выпускник получит возможность:*

- *приобрести первоначальный опыт организации сбора данных при проведении опроса общественного мнения, осуществлять их анализ, представлять результаты опроса в виде таблицы, диаграммы;*
- *приобрести опыт проведения случайных экспериментов, в том числе с помощью компьютерного моделирования, интерпретации их результатов.*
- *научиться некоторым специальным приёмам решения комбинаторных задач.*

## **10 КЛАСС**

Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость.

Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.

Оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.

Классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла; линейный угол двугранного угла; градусная мера двугранного угла.

Оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник.

Распознавать основные виды многогранников (пирамида; призма, прямоугольный параллелепипед, куб).

Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники; правильные многогранники; прямые и наклонные призмы, параллелепипеды).

Оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников.

Объяснять принципы построения сечений, используя метод следов.

Строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу.

Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми.

Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов.

Вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул; вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников.

Оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры.

Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме.

Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве.

Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

## 11 КЛАСС

Оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности; цилиндр; коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус; сферическая поверхность.

Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар).

Объяснять способы получения тел вращения.

Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.

Оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента; шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя; шаровой сектор.

Вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул.

Оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.

Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

Изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов.

Выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.

Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

Оперировать понятием вектор в пространстве.

Выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают.

Применять правило параллелепипеда.

Оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы.

Находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам.

Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.

Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме.

Решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода.

Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач.

Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве.

Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

### **Алгебра и начала анализа**

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний*. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. *Основные логические правила*. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил*.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.  $q$ -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$ .*

Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  $e$  и функция  $y = e^x$ .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.*

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

## **Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра.* Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*



*Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

### **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.*

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

*Показательное распределение, его параметры.*

*Распределение Пуассона и его применение.* Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема.*

*Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

*Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.*

*Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.*

*Кодирование. Двоичная запись.*

*Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.*

## Календарно – тематическое планирование по математике 10 класс

Всего 204 ч (6 ч в неделю)

№ п/п	Тема урока
1	Числовые и буквенные выражения.
2	Упрощение выражений
3	Уравнения. Системы уравнений
4	Неравенства.
5	Элементарные функции
6	Входной контроль знаний. Контрольная работа №1
7	Целые и рациональные числа.
8	Понятие действительного числа.
9	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия
10	Формула суммы бесконечно-убывающей геометрической прогрессии
11	Арифметический корень натуральной степени
12	Извлечение корня $n$ -ой степени
13	Свойства арифметического корня натуральной степени
14	Степень с рациональным показателем
15	Свойства степени с рациональным показателем
16	Степень с действительным показателем
17	Свойства степени с действительным показателем
18	Степень с рациональным и действительным показателем
19	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>
20	Контрольная работа №2 « Действительные числа»
21	Угол между касательной и хордой.
22	Две теоремы об отрезках, связанных с окружностью.
23	Углы с вершинами внутри и вне круга.
24	Вписанный четырехугольник. Описанный четырехугольник.
25	Теорема о медиане. Теорема о биссектрисе треугольника.
26	Формулы площади треугольника.
27	Формула Герона.
28	Задача Эйлера.
29	Теорема Менелая
30	Теорема Чебы
31	Эллипс.
32	Гипербола. Парабола
33	Степенная функция, ее свойства
34	График степенной функции
35	Взаимно обратные функции
36	Равносильные уравнения
37	Равносильные неравенства
38	Общие методы решения уравнений и неравенств
39	Иррациональные уравнения
40	Методы решения иррациональных уравнений

41	Равносильность уравнений
42	Преобразование уравнений
43	Иррациональные неравенства
44	Методы решения иррациональных неравенств
45	Равносильность неравенств
46	Преобразование неравенств
47	Решение иррациональных неравенств
48	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>
49	<i>Контрольная работа №3 «Степенная функция»</i>
50	Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии.
51	Некоторые следствия из аксиом
52	Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий
53	Параллельные прямые в пространстве. Параллельность трех прямых.
54	Параллельность прямой и плоскости
55	Решение задач на параллельность прямой и плоскости
56	Решение задач на параллельность прямой и плоскости
57	Скрещивающиеся прямые
58	Углы с сонаправленными сторонами . Угол между прямыми.
59	Решение задач
60	Решение задач
61	Контрольная работа №1 по теме «Параллельность прямых, прямой и плоскости»
62	Параллельные плоскости.
63	Свойства параллельных плоскостей.
64	Тетраэдр
65	Параллелепипед. Свойства граней и диагоналей параллелепипеда
66	Задачи на построение сечений
67	Решение задач по теме «Тетраэдр и параллелепипед»
68	<i>Контрольная работа №4 по теме «Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед»</i>
69	Показательная функция, её свойства
70	График показательной функции
71	Показательные уравнения
72	Алгоритм решения показательных уравнений
73	Метод введения новой переменной
74	Показательные неравенства
75	Методы решения показательных неравенств
76	Равносильные неравенства
77	Системы показательных уравнений и неравенств
78	Метод подстановки
79	Метод замены переменных
80	Метод умножения уравнений
81	Решение систем показательных уравнений и неравенств
82	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>

83	<i>Контрольная работа №5 «Показательная функция»</i>
84	Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости
85	Признак перпендикулярности прямой к плоскости
86	Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости
87	Решение задач на перпендикулярность прямой и плоскости
88	Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.
89	Теорема о трех перпендикулярах.
90	Теорема о трех перпендикулярах.
91	Угол между прямой и плоскостью
92	Решение задач по теме «Теорема о трех перпендикулярах, угол между прямой и плоскостью»
93	Двугранный угол
94	Признак перпендикулярности двух плоскостей
95	Теорема перпендикулярности двух плоскостей
96	Прямоугольный параллелепипед. Куб
97	Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур
98	Решение задач по теме «Перпендикулярность плоскостей»
99	Решение задач по теме «Перпендикулярность плоскостей»
100	<i>Контрольная работа №6 по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикулярность плоскостей»</i>
101	Логарифмы
102	Понятие логарифма
103	Свойства логарифмов
104	Решение задач по теме
105	Десятичные логарифмы
106	Натуральные логарифмы
107	Логарифмическая функция
108	Свойства логарифмической функции
109	График логарифмической функции
110	Логарифмические уравнения
111	Равносильны логарифмические уравнения
112	Методы решения логарифмических уравнений
113	Решение задач по теме
114	Логарифмические неравенства
115	Равносильные логарифмические неравенства
116	Методы решения логарифмических неравенств
117	Решение задач по теме
118	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>
119	<i>Контрольная работа №7 «Логарифмическая функция»</i>
120	Понятие многогранника. Геометрическое тело. Призма
121	Призма. Площадь поверхности призмы
122	Пирамида
123	Правильная пирамида

124	Усеченная пирамида. Площадь поверхности пирамиды
125	Решение задач на вычисление площади полной поверхности и боковой поверхности пирамиды
126	Симметрия в пространстве.
127	Понятие правильного многогранника.
128	Решение задач по теме «Многогранники»
129	<i>Контрольная работа № 8 по теме «Многогранники».</i>
130	Радианная мера угла
131	Поворот точки вокруг начала координат.
132	Координаты точки окружности
133	Определение синуса, косинуса угла
134	Определение тангенса угла
135	Знаки синуса, косинуса и тангенса угла
136	Знаки тангенса
137	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла
138	Тригонометрические тождества
139	Тригонометрические тождества
140	Способы доказательства тождеств
141	Преобразование тождеств
142	Синус, косинус и тангенс углов $a$ и $-a$
143	Формулы синуса суммы и разности аргумента
144	Решение задач по теме
145	Формулы косинуса суммы и разности аргумента
146	Решение задач по теме
147	Синус, косинус и тангенс двойного угла
148	Формулы двойного угла
149	Синус, косинус и тангенс половинного угла
150	Формулы приведения
151	Применение формул приведения при решении задач
152	Решение задач по теме
153	Сумма и разность синусов.
154	Сумма и разность косинусов
155	<i>Решение задач по теме «Тригонометрические формулы»</i>
156	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>
157	<i>Контрольная работа № 9 «Тригонометрические формулы»</i>
158	Понятие вектора. Равенство векторов.
159	Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов.
160	Умножение вектора на число.
161	Компланарные векторы. Правило параллелепипеда
162	Разложение вектора по трем некопланарным векторам
163	Уравнение $\cos x = a$
164	Арккосинус числа. Уравнение: $\cos x = a$
165	Решение уравнений вида: $\cos x = a$

166	Решение уравнений. Закрепление
167	Простейшие тригонометрические уравнения $\sin x = a$
168	Арксинус числа. Уравнение $\sin x = a$
169	Формула корней уравнения $\sin x = a$ . Решение уравнений вида $\sin x = a$
170	Решение уравнений вида $\sin x = a$
171	Простейшие тригонометрические уравнения $\operatorname{tg} x = a$
172	Арктангенс числа. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$
173	Формула корней уравнения $\operatorname{tg} x = a$
174	Решение тригонометрических уравнений сводящиеся, к квадратным
175	Уравнения сводящиеся к квадратным, замена переменных
176	Уравнение $a \sin x + b \cos x = 0$
177	Решение уравнений
178	Уравнения, решаемые разложением левой части на множители
179	Решение тригонометрических уравнений различными способами
180	Тригонометрическое неравенство. Алгоритм решения
181	Примеры решения простейших тригонометрических неравенств
182	Решение тригонометрических неравенств различными способами
183	<i>Урок обобщения и систематизации знаний</i>
184	<i>Контрольная работа №10 «Тригонометрические уравнения»</i>
185	Действительные числа
186	Степень с рациональным показателем
187	Взаимно- обратные функции
188	Иррациональные уравнения и неравенства
189	Показательные уравнения
190	Показательные неравенства
191	Логарифмические уравнения
192	Логарифмические неравенства
193	Решение простейших тригонометрических уравнений
194	Тригонометрические формулы
195	Тригонометрические неравенства
196	Параллельность прямых и плоскостей.
197	Перпендикулярность прямых и плоскостей»
198	Многогранники. Призма
199	Многогранники. Пирамида
200	Многогранники. Правильные многогранники
201	Урок обобщения и систематизации знаний
202	Урок обобщения и систематизации знаний
203	Итоговая контрольная работа
204	Итоговая контрольная работа
	<b>Итого: контрольных работ - 11</b>

## Календарно – тематическое планирование по математике 11 класс

Всего 198 ч (6 ч в неделю)

№	Тема урока
1	Показательные уравнения и неравенства.
2	Логарифмические уравнения и неравенства
3	Тригонометрические формулы
4	Тригонометрические уравнения
5	Тригонометрические неравенства
6	Область определения и множество значений тригонометрических функций
7	Область определения и множество значений тригонометрических функций
8	Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций
9	Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций
10	Свойства функций $y = \cos x$ и ее график
11	Свойства функций $y = \cos x$ и ее график
12	Решение уравнений и неравенств с помощью графика
13	Свойства функций $y = \sin x$ и ее график
14	Свойства функций $y = \sin x$ и ее график
15	Решение уравнений и неравенств с помощью графика
16	Свойства функций $y = tg x$ и ее график
17	Свойства функций $y = tg x$ и ее график
18	Свойства функций $y = ctg x$ и ее график
19	Обратные тригонометрические функции
20	Обратные тригонометрические функции
21	Урок обобщения и систематизации материала
22	Урок обобщения и систематизации материала
23	<i>Контрольная работа №1 по теме «Тригонометрические функции»</i>
24	Прямоугольная система координат в пространстве.
25	Координаты вектора
26	Связь между координатами векторов и координатами точек
27	Простейшие задачи в координатах
28	Простейшие задачи в координатах
29	Угол между векторами
30	Скалярное произведение векторов
31	Скалярное произведение векторов
32	Вычисление углов между прямыми и плоскостями
33	Центральная симметрия. Осевая симметрия
34	Зеркальная симметрия. Параллельный перенос
35	Преобразование подобия
36	Решение задач по теме «Метод координат в пространстве»
37	<i>Контрольная работа № 2 по теме «Метод координат в пространстве»</i>
38	Производная
39	Производная
40	Производная степенной функции
41	Производная степенной функции
42	Производная степенной функции
43	Правила дифференцирования
44	Правила дифференцирования
45	Правила дифференцирования
46	Производные некоторых элементарных функций
47	Производные некоторых элементарных функций
48	Производные некоторых элементарных функций
49	Геометрический смысл производной
50	Геометрический смысл производной
51	Уравнение касательной



52	Уравнение касательной
53	Урок обобщения и систематизации материала
54	Урок обобщения и систематизации материала
55	<i>Контрольная работа № 3 по теме «Производная и ее геометрический смысл»</i>
56	Возрастание и убывание функций
57	Возрастание и убывание функций
58	Возрастание и убывание функций
59	Экстремумы функций
60	Экстремумы функций
61	Экстремумы функций
62	Применение производной к построению графиков функций
63	Применение производной к построению графиков функций
64	Применение производной к построению графиков функций
65	Наибольшее и наименьшее значения функции
66	Наибольшее и наименьшее значения функции
67	Наибольшее и наименьшее значения функции
68	Выпуклость графика функций, точки перегиба
69	Выпуклость графика функций, точки перегиба
70	Производная второго порядка
71	Решение задач по теме «Применение производной»
72	Решение задач по теме «Применение производной»
73	Применение производной к решению задач
74	Урок обобщения и систематизации материала
75	Урок обобщения и систематизации материала
76	<i>Контрольная работа № 4 по теме «Применение производной»</i>
77	Цилиндр
78	Площадь поверхности цилиндра
79	Решение задач по теме «Цилиндр»
80	Конус. Площадь поверхности конуса
81	Конус. Площадь поверхности конуса
82	Усечённый конус
83	Усечённый конус
84	Сфера и шар
85	Уравнение сферы
86	Взаимное расположение сферы и плоскости.
87	Касательная плоскость к сфере
88	Взаимное расположение сферы и прямой. Сфера, вписанная в цилиндрическую поверхность. Сфера, вписанная в каноническую поверхность
89	Сечения цилиндрической поверхности. Сечения конической поверхности.
90	Площадь сферы
91	Решение задач по теме «Сфера и шар»
92	Решение задач по теме «Цилиндр, конус, шар»
93	<i>Контрольная работа №5 по теме «Цилиндр, конус, шар»</i>
94	Первообразная
95	Первообразная
96	Правила нахождения первообразных
97	Правила нахождения первообразных
98	Площадь криволинейной трапеции и интеграл
99	Площадь криволинейной трапеции и интеграл
100	Площадь криволинейной трапеции и интеграл
101	Вычисление интегралов
102	Вычисление интегралов
103	Вычисление площадей с помощью интегралов

104	Вычисление площадей с помощью интегралов
105	Применение производной и интеграла к решению практических задач
106	Применение производной и интеграла к решению практических задач
107	Урок обобщения и систематизации материала
108	Урок обобщения и систематизации материала
109	<i>Контрольная работа № 6 по теме «Первообразная и интеграл»</i>
110	Объём прямоугольного параллелепипеда
111	Объём прямоугольного параллелепипеда
112	Объём прямой призмы
113	Объём прямой призмы
114	Объём цилиндра
115	Объём наклонной призмы
116	Объём пирамиды
117	Объём конуса
118	Вычисление объемов тел с помощью интеграла.
119	Решение задач по теме «Объём тел вращения»
120	Объём шара
121	Объём шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора
122	Площадь сферы
123	Решение задач по теме «Объём шара. Площадь сферы»
124	Решение задач по теме «Объём тел»
125	<i>Контрольная работа №7 по теме «Объём тел»</i>
126	Комбинаторные задачи
127	Правило произведения
128	Перестановки
129	Размещения
130	Решение задач с помощью перестановок и размещений.
131	Сочетания и их свойства
132	Сочетания и их свойства
133	Бином Ньютона
134	Решение задач по теме «Комбинаторика»
135	<i>Контрольная работа № 8 по теме «Комбинаторика»</i>
136	События. Комбинации событий. Противоположное событие
137	Вероятность события
138	Вероятность события
139	Сложение вероятностей
140	Независимые события. Умножение вероятностей
141	Статистическая вероятность
142	Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»
143	Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»
144	Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»
145	<i>Контрольная работа № 9 по теме «Элементы теории вероятности»</i>
146	Случайные величины
147	Таблица распределения
148	Полигон частот
149	Генеральная совокупность и выборка
150	Центральные тенденции
151	Мера разброса
152	Решение задач по теме «Статистика»
153	Решение задач по теме «Статистика»
154	<i>Контрольная работа № 10 по теме «Статистика»</i>
155	Действительные числа.

156	Степенная функция.
157	Иррациональные уравнения.
158	Иррациональные неравенства.
159	Тест №1(спецификация ЕГЭ)
160	Тест №1(спецификация ЕГЭ)
161	Логарифмы .Свойства логарифмов.
162	Логарифмическая функция.
163	Логарифмические уравнения.
164	Логарифмические неравенства.
165	Треугольники
166	Треугольники
167	Четырехугольники
168	Четырехугольники
169	Окружность
170	Окружность
171	Векторы. Метод координат
172	Векторы. Метод координат
173	Многогранники
174	Многогранники
175	Тест №2(спецификация ЕГЭ)
176	Тригонометрические формулы.
177	Тригонометрические уравнения.
178	Тригонометрические неравенства.
179	Тригонометрические функции.
180	Тела вращения
181	Тела вращения. Объемы тел.
182	Тела вращения. Объемы тел.
183	Решение задач на нахождение площади плоских фигур
184	Решение задач на комбинацию тел
185	Решение задач на комбинацию тел
186	Итоговая контрольная работа (спецификация ЕГЭ).
187	Итоговая контрольная работа (спецификация ЕГЭ).
188	Производная.
189	Применение производной к исследованию функций.
190	Задачи на проценты.
191	Задачи на смеси и растворы.
192	Решение текстовых задач.
193	Решение экономических задач
194	Решение экономических задач
195	Решение экономических задач
196	Решение заданий ЕГЭ
197	Решение заданий ЕГЭ
198	Решение заданий ЕГЭ
	<b>Итого: контрольных работ – 11</b>

**Контрольно-измерительные материалы 10 класс (алгебра)**  
Контрольная работа № 1 по теме «Действительные числа»

Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2$ .

2. Известно, что  $12^x = 3$ . Найти  $12^{2x-1}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$  и  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$ ;      2)  $(4,2)^{\sqrt{7}}$  и  $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$ .

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,2(7) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1}\right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  при  $a > 0, a \neq 1$ .

Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\frac{2^9 \cdot \sqrt[3]{16} \cdot 8^0}{4^4 \cdot 2^{-\frac{1}{3}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{3\sqrt{81}})^2$ .

2. Известно, что  $8^x = 5$ . Найти  $8^{-x+2}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $(a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{a}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $(0,7)^{-\frac{2}{8}}$  и  $(0,7)^{-\frac{5}{8}}$ ;      2)  $(\pi)^{\sqrt{3}}$  и  $(3,14)^{\sqrt{3}}$ .

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,3(1) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}} - \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}\right) \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$  при  $x > 0, y > 0$ .

*Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
1	базовый	<i>Арифметический корень n- степени. Свойства корня n- степени</i>
2	базовый	<i>Свойства степени с натуральным показателем</i>
3	базовый	<i>Преобразование степеней с действительным показателем</i>
4	базовый	<i>Сравнение степеней с действительным показателем</i>
5	повыши	<i>Бесконечная периодическая дробь</i>

	енный	
6	повыш енный	Преобразование выражений с рациональным показателем

Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечны результат;

«4» - выполнены правильно четыре-пять заданий;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

### Контрольная работа № 2 по теме «Показательная функция»

#### Вариант I

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-5}$ .

1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает.

2) Сравнить числа:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \text{ и } 1; \quad (3,2)^{-5} \text{ и } (3\sqrt{2})^{-5}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{1-x} = 3; \quad 2) \sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}; \quad 3) \sqrt{1-x} = x+1;$$

$$4) \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = (x - 8)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x+8} > x+2$ .

Вариант II

1. Найти область определения функции

$$y = (x^2 - 9)^{-\frac{1}{3}}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-6}$ .

1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.

2) Сравнить числа:

$$(4,2)^{-6} \text{ и } 1; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}.$$

3. Решить уравнение:

1)  $\sqrt{x-2} = 4$ ;      2)  $\sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}$ ;      3)  $\sqrt{x+1} = 1-x$ ;

---

---

4)  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1$ .

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = 2(x+6)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x-3} < x-5$ .

*Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
1	базовый	<i>Область определения показательной функции</i>
2	базовый	<i>Построение графика показательной функции, свойства функции</i>
3	базовый	<i>Иррациональные уравнения</i>
4	базовый	<i>Обратная функция</i>
5	повышенный	<i>Иррациональные неравенства</i>

*Критерии оценивания:*

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре заданий базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

### Контрольная работа № 3

#### Вариант I

1. Решить уравнение:

1)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$ ;      2)  $4^x + 2^x - 20 = 0$ .

2. Решить неравенство  $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$ .

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$ ;      2)  $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$ .

5. Решить уравнение  $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$ .

#### Вариант II

1. Решить уравнение:

1)  $0,1^{2x-3} = 10$ ;      2)  $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$ .

2. Решить неравенство  $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$ .

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}$ ;      2)  $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$ .

5. Решить уравнение  $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$ .

#### *Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
1	базовый	<i>Показательное уравнение, квадратное уравнение</i>
2	базовый	<i>Показательное неравенство</i>
3	базовый	<i>Система уравнений, показательное уравнение, метод подстановки</i>
4	повышенный	<i>Показательное неравенство</i>
5	повышенный	<i>Показательное уравнение, метод замены переменной</i>

*Критерии оценивания:*

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

**Контрольная работа № 4**

Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\log_{\frac{1}{2}} 16$ ;      2)  $5^{1+\log_5 3}$ ;      3)  $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики функций  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  и  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$  и  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$ .

4. Решить уравнение  $\log_5 (2x - 1) = 2$ .

5. Решить неравенство  $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$ .

---

6. Решить уравнение  $\log_2 (x - 2) + \log_2 x = 3$ .

7. Решить уравнение  $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$ .

8. Решить неравенство  $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$ .

Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$ ;      3)  $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики функций  $y = \log_4 x$  и  $y = 4^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$  и  $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$ .

4. Решить уравнение  $\log_4 (2x + 3) = 3$ .

5. Решить неравенство  $\log_5 (x - 3) < 2$ .

---

6. Решить уравнение  $\log_3 (x - 8) + \log_3 x = 2$ .

7. Решить уравнение  $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$ .

8. Решить неравенство  $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$ .

*Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
<i>1</i>	<i>базовый</i>	<i>свойства логарифма</i>



2	базовый	График логарифмической и показательной функции
3	базовый	Сравнение логарифмических выражений
4	базовый	Логарифмическое уравнение
5	базовый	Логарифмическое неравенство
6	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
7	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
8	повышенный	Логарифмическое неравенства, свойства логарифма

Критерии оценивания:

«5» - 7-8 заданий выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно 5-6 заданий;

«3» - выполнены правильно 3-4 задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

### Контрольная работа № 5

#### Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\cos 765^\circ$ ;      2)  $\sin \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  и  $-6\pi < \alpha < -5\pi$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 + 2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)}$ .

4. Решить уравнение:

1)  $2\cos \frac{x}{2} = 1 + \cos x$ ;

2)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)\cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ .

5. Доказать тождество  $\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2}\sin 4\alpha (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)$ .

### Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\sin 765^\circ$ ;      2)  $\cos \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,3$  и  $-\frac{7\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)}{2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos(-\alpha) + 1}$ .

4. Решить уравнение:

1)  $2 \sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$ ;

2)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cos 3x - \cos(\pi - x) \sin 3x = -1$ .

5. Доказать тождество  $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4 \sin 2\alpha$ .

#### *Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
1	базовый	<i>Значение синуса, косинуса угла, выраженного в градусной, радианной мере</i>
2	базовый	<i>Значение синуса, косинуса угла, основное тригонометрическое тождество</i>
3	базовый	<i>Формулы синуса, косинуса суммы и разности углов, формулы приведения</i>
4	повышенный	<i>Тригонометрические уравнения, формулы приведения</i>
5	повышенный	<i>Преобразование тригонометрических выражений</i>

#### *Критерии оценивания:*

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

## Контрольная работа № 6

### Вариант I

1. Решить уравнение:

1)  $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$ ;      2)  $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$ .

2. Найти решение уравнения  $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 3\pi]$ .

3. Решить уравнение:

1)  $3 \cos x - \cos^2 x = 0$ ;

2)  $6 \sin^2 x - \sin x = 1$ ;      3)  $4 \sin x + 5 \cos x = 4$ ;

4)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + \frac{1}{4}$ .

### Вариант II

1. Решить уравнение:

1)  $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$ ;      2)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$ .

2. Найти решение уравнения  $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 4\pi]$ .

3. Решить уравнение:

1)  $\sin^2 x - \sin x = 0$ ;

2)  $10 \cos^2 x + 3 \cos x = 1$ ;      3)  $5 \sin x + \cos x = 5$ ;

4)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x - \frac{1}{2}$ .

### *Характеристика контрольной работы*

<i>Номер задания</i>	<i>Уровень сложности</i>	<i>Проверяемые знания, умения, навыки</i>
1	базовый	Тригонометрические уравнения
2	базовый	Тригонометрические уравнения
3	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратное уравнение
4	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратные уравнения
5	повышенный	Тригонометрические уравнения, формулы понижения степени

*Критерии оценивания:*

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

## Контрольно-измерительные материалы 11 класс (алгебра)

### Контрольная работа по алгебре и началам анализа №1

#### «Производная функции» (базовый уровень)

#### 1 вариант

1) Найти производную функции: 1)  $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^3}$ , 2)  $f(x) = \left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$ ,

$$3) f(x) = e^x \cdot \cos x, \quad 4) f(x) = \frac{\ln x}{1-x}.$$

2) Найти значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если

$$f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 8.$$

3) Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = 0$ .

4) Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+3} \text{ положительны.}$$

5) Найти точки графика функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$  в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

#### 2 вариант

1) Найти производную функции: 1)  $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{x^2}$ , 2)  $f(x) = (4 - 3x)^7$ ,

$$3) f(x) = e^x \cdot \sin x, \quad 4) f(x) = \frac{2-x}{\ln x}.$$

2) Найти значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если

$$f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x_0 = \frac{1}{4}.$$

3) Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x - \cos x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .

4) Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2+8} \text{ отрицательны.}$$

- 5) Найти точки графика функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$  в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

**Контрольная работа по алгебре и началам анализа №1**

**«Производная функции» (профильный уровень)**

**1 вариант**

- 1) Найти производную функции: 1)  $f(x) = \frac{2}{x^5} - 3\sqrt[4]{x^3}$ , 2)  $f(x) = \left(\frac{x}{3} + 5\right)^9$ ,

3)  $f(x) = e^x \cdot \sin x$ , 4)  $f(x) = \frac{2-x}{\ln x}$ .

- 2) Найти значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = \log_2(x^2 + 3)$ ,  $x_0 = 1$ .

- 3) Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = \pi$ .

- 4) Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = e^x x^{-2}$  положительны.

- 5) Найти точки графика функции  $f(x) = \sqrt{5x+1}$  в которых касательная к нему имеет заданный угловой коэффициент  $k = \frac{5}{8}$ .

- 6) Найти все значения  $a$ , при которых неравенство  $f'(x) > 0$  не имеет действительных решений, если  $f(x) = \frac{a}{3}x^3 + 2x^2 - x + 5$ .

**2 вариант**

- 1) Найти производную функции: 1)  $f(x) = 2\sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{x^6}$ , 2)  $f(x) = \left(\frac{x}{5} + 13\right)^{10}$ ,

3)  $f(x) = e^x \cdot \cos x$ , 4)  $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$ .

- 2) Найти значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3^{x^3-1}$ ,  $x_0 = 1$ .

- 3) Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x - \cos x + 1$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

- 4) Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = x^2 e^{-x}$  отрицательны.

- 5) Найти точки графика функции  $f(x) = \sqrt{3x+1}$  в которых касательная к нему имеет заданный угловой коэффициент  $k = \frac{3}{8}$ .

- 6) Найти все значения  $a$ , при которых неравенство  $f'(x) > 0$  не имеет действительных решений, если  $f(x) = \frac{a-4}{3}x^3 + x^2 - x - 4$ .

**Контрольная работа по алгебре и началам анализа №2**

**«Исследование функции с помощью производной»**

**1 вариант**

- 1) Найти экстремумы функции: а)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ , б)  $f(x) = e^x(5x - 3)$ .
- 2) Найти интервалы возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .
- 3) Построить график функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .
- 4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ .
- 5) В прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 8 см вписан имеющий с ним общий угол прямоугольник наибольшей площади. Найти площадь прямоугольника.

**2 вариант**

- 1) Найти экстремумы функции: а)  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ , б)  $f(x) = (8 - 7x)e^x$ .
- 2) Найти интервалы возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ .
- 3) Построить график функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ .
- 4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$  на отрезке  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ .
- 5) Найти наибольшую площадь ромба, сумма длин диагоналей которого равна 12 см..

**Контрольная работа по алгебре и началам анализа №3**

**«Первообразная»**

**1 вариант**

- 1) Доказать, что функция  $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$  является первообразной функции  $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$  на всей числовой оси.
- 2) Найти первообразную  $F(x)$  функции  $f(x) = 2\sqrt{x}$ , график которой проходит через точку  $A\left(0; \frac{7}{8}\right)$ .
- 3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  
а)  $y = 3x - x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  и осью  $Ox$ ;

б)  $y = x^2 - 4x + 3$  ,  $y = x^2 - 12x + 35$  и  $y = 8$ .

## 2 вариант

- 1) Доказать, что функция  $F(x) = e^{3x} + \cos x + x$  является первообразной функции  $f(x) = 3e^{3x} - \sin x + 1$  на всей числовой оси.
- 2) Найти первообразную  $F(x)$  функции  $f(x) = -3\sqrt{x}$ , график которой проходит через точку  $A\left(0; \frac{3}{4}\right)$ .
- 3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
  - а)  $y = \cos x$  ,  $x = 0$  ,  $x = \frac{\pi}{3}$  и осью  $Ox$  ;

б)  $y = 6x - x^2$  ,  $y = -x^2 + 14x - 40$  и  $y = 9$ .

## Контрольная работа по алгебре и началам анализа №4

### «Комбинаторика»

## 1 вариант

- 1) Найти  $\frac{P_{10}}{A_9^7} + C_6^4$ .
- 2) Сколькими способами из числа 15 учащихся класса можно выбрать культорга и казначея?
- 3) Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7 таким способом, чтобы все цифры в числах были различны?
- 4) Записать разложение бинома  $(2 - x)^5$ .
- 5) Сколько существует различных кодов, состоящих из двузначного числа, цифры которого выбираются из цифр 1, 2, 3, и следующего за ним трехбуквенного слова, буквы которого выбираются из гласных букв русского алфавита? (Цифры и буквы в коде не повторяются.)

## 2 вариант

- 1) Найти  $P_5 + \frac{A_{10}^3}{C_9^2}$ .
- 2) Сколькими способами 7 детей ясельной группы можно посадить на 7 стульях.
- 3) Сколькими способами можно составить набор из 5 карандашей, выбирая их из 8 имеющихся карандашей восьми различных цветов?
- 4) Записать разложение бинома  $(a - 1)^6$ .

- 5) Шифр сейфа образуется из двух чисел. Первое, двузначное число, образуется из цифр 1, 2, 3, 4. Второе трехзначное число, образуется из цифр 6, 7, 8 и 9. Сколько различных шифров можно использовать в таком сейфе?

### **Контрольная работа по алгебре и началам анализа №5**

#### **«Вероятность событий»**

##### **1 вариант**

- 1) Бросают 2 игральных кубика – большой и маленький. Какова вероятность того, что:  
1) на обоих кубиках появятся четыре очка; 2) на большом кубике появится 2 очка, а на маленьком – четное число очков?
- 2) В коробке лежат 3 черных, 2 белых и 4 красных шара. Случайным образом вынимается один шар. Какова вероятность того, что это или белый, или красный шар?
- 3) Вероятность попадания по мишени стрелком равна  $\frac{19}{20}$ . Какова вероятность:  
1) непопадания по мишени при одном выстреле? 2) попадания по мишени в каждом из двух последовательных выстрелов? 3) попадания при первом и промахе – при втором выстреле?
- 4) В коробке лежат 4 белых и 3 черных шара. Наугад вынимают два шара. Какова вероятность того, что вынуты белый и черный шары?
- 5) В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вынутых цветков окажется, по крайней мере, одна гвоздика?

##### **2 вариант**

- 1) Бросают 2 игральных кубика – большой и маленький. Какова вероятность того, что: 1) на обоих кубиках появятся пять очков; 2) на маленьком кубике появится кратное 3 число очков, а на большом – 5 очков?
- 2) В коробке лежат 3 черных, 2 белых и 4 красных шара. Случайным образом вынимается один шар. Какова вероятность того, что это или черный, или красный шар?
- 3) Вероятность попадания по мишени стрелком равна  $\frac{14}{15}$ . Какова вероятность:  
1) непопадания по мишени при одном выстреле? 2) попадания по мишени в каждом из двух последовательных выстрелов? 3) попадания при первом и промахе – при втором выстреле?
- 4) В коробке лежат 4 белых и 3 черных шара. Наугад вынимают два шара. Какова вероятность того, что вынуты два черных шара?
- 5) В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вынутых цветков окажется, по крайней мере, один нарцисс?

### **Контрольная работа по алгебре и началам анализа №6**

#### **«Комплексные числа»**

##### **1 вариант**

- 1) Вычислить: а)  $(3 - 2i)(4 + i) - (7 - 5i)$ , б)  $\frac{1+i}{2-3i} + \left(\frac{3}{5} - i\right) : 2,6$ .
- 2) Выполнить действия  $i^5 + i^3 + i^2$  и результат представить в тригонометрической форме.



- 3) Представить в тригонометрической форме число: а) 5; б)  $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$ .
- 4) Выполнить действия: а)  $2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right) \cdot 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ,  
 б)  $\frac{\sqrt{14}(\cos 18^\circ + i\sin 18^\circ)}{\sqrt{7}(\cos 36^\circ + i\sin 36^\circ)}$ .
- 5) Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию: а)  $|z| = 2$ ,  
 б)  $|z - 1| < 3$ .
- 6) Решить уравнение: а)  $z^2 - 4z + 7 = 0$ , б)  $z^3 = -27$ .

## 2 вариант

- 1) Вычислить: а)  $(4 - 5i) - (2 + i)(1 - 3i)$ , б)  $\frac{2 - i}{1 + 3i} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}i\right) \cdot 1,4$ .
- 2) Выполнить действия  $i^4 + i^5 + i^3$  и результат представить в тригонометрической форме.
- 3) Представить в тригонометрической форме число: а)  $-3$ ; б)  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ .
- 4) Выполнить действия: а)  $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ,  
 б)  $\frac{3(\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)}{5(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ)}$ .
- 5) Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:  
 а)  $|z| = 5$ , б)  $|z + 2| < 2$ .
- 6) Решить уравнение: а)  $z^2 - 2z + 6 = 0$ , б)  $z^3 = -8$ .

## Контрольная работа по алгебре и началам анализа №7 (базовый уровень)

### «Уравнения и неравенства с двумя переменными»

#### 1 вариант

- 1) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению: а)  $x - y + 2 = 0$ , б)  $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$ .
- 2) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству: а)  $2x + y - 1 \leq 0$ , б)  $x^2 + (y - 2)^2 < 4$ .
- 3) Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:
 
$$\begin{cases} 2x - y + 4 \geq 0, \\ 5y - 2x - 4 \geq 0, \\ y + 2x - 8 \leq 0. \end{cases}$$

## 2 вариант

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению: а)  $x + y - 3 = 0$ , б)  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$ .

Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству: а)  $x - 2y + 3 \geq 0$ , б)  $(x + 3)^2 + y^2 > 1$ .

Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых

удовлетворяют системе неравенств:
 
$$\begin{cases} 2y + 3x \geq 0, \\ 3y - x - 11 \leq 0, \\ 4x - y - 11 \leq 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа по алгебре и началам анализа №7 (профильный уровень)

#### «Уравнения и неравенства с двумя переменными»

### 1 вариант

- 1) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению  $x^2 + 4y^2 - 6x + 20y + 25 = 0$ .
- 2) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству  $|x + 1| + |y| \leq 2$ .
- 3) Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств
 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ (x + y + 2)(y - x + 2) \geq 0. \end{cases}$$
- 4) (доп.) Найти все значения  $a$ , при которых система уравнений
 
$$\begin{cases} |x| + 2|y| + |2x - 3y| = 12, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

## 2 вариант

- 1) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению  $9x^2 + y^2 - 12x + 4y - 8 = 0$ .
- 2) Найти множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих неравенству  $|x| + |y - 1| \leq 2$ .
- 3) Найти площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой неравенств 
$$\begin{cases} (x + 1)^2 + y \leq 4, \\ (y + x - 1)(y - x + 1) \leq 0. \end{cases}$$
- 4) (доп.) Найти все значения  $a$ , при которых система уравнений 
$$\begin{cases} 3|x| + |y| + |x + 3y| = 11, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

## Контрольно-измерительные материалы 10 класс (геометрия)

### ПОЯСНЕНИЯ

По прохождении каждой темы предусмотрена контрольная работа, состоящая из заданий трех уровней сложности, которые определяются или учителем, или самим учащимся (при этом число экземпляров вариантов должно быть достаточным). Разумеется, учащиеся должны знать о различной сложности вариантов и критериях оценки контрольной работы.

Каждая контрольная работа составлена в 4 вариантах различной сложности (варианты 1, 2 самые простые, варианты 3, 4 сложнее). При этом сложность вариантов нарастает не очень резко. Каждый вариант содержит 6 задач примерно одинаковой сложности (может быть, несколько сложнее две последние задачи).

### Контрольная работа №1 (Аксиомы стереометрии)

#### Вариант 1

1. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямая  $c$  является скрещивающейся с прямой  $a$ . Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?
2. Плоскость  $\alpha$  проходит через середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  — точки  $M$  и  $N$ .
  - а) Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ .
  - б) Найдите  $BC$ , если  $AD = 10$  см,  $MN = 8$  см.
3. Прямая  $MA$  проходит через вершину квадрата  $ABCD$  и не лежит в плоскости квадрата.
  - а) Докажите, что  $MA$  и  $BC$  — скрещивающиеся прямые.
  - б) Найдите угол между прямыми  $MA$  и  $BC$ , если  $\angle MAD = 45^\circ$ .

#### Вариант 2

1. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямые  $a$  и  $c$  параллельны. Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть скрещивающимися?
2. Плоскость  $\alpha$  проходит через основание  $AD$  трапеции  $ABCD$ .  $M$  и  $N$  — середины боковых сторон трапеции.

- а) Докажите, что  $MN \parallel \alpha$ .  
б) Найдите  $AD$ , если  $BC = 4$  см,  $MN = 6$  см.
3. Прямая  $CD$  проходит через вершину треугольника  $ABC$  и не лежит в плоскости  $ABC$ .  $E$  и  $F$  — середины отрезков  $AB$  и  $BC$ .  
а) Докажите, что  $CD$  и  $EF$  — скрещивающиеся прямые.  
б) Найдите угол между прямыми  $CD$  и  $EF$ , если  $\angle DCA = 60^\circ$ .

### Вариант 3

1. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Определите, могут ли прямые  $a$  и  $b$ :  
а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.
2. Точка  $M$  не лежит в плоскости трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ).  
а) Докажите, что треугольники  $MAD$  и  $MBC$  имеют параллельные средние линии.  
б) Найдите длины этих средних линий, если  $AD : BC = 5 : 3$ , а средняя линия трапеции равна 16 см.
3. Через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $KA$ , не лежащая в плоскости квадрата.  
а) Докажите, что  $KA$  и  $CD$  — скрещивающиеся прямые.  
б) Найдите угол между  $KA$  и  $CD$ , если  $\angle АКВ = 85^\circ$ ,  $\angle АВК = 45^\circ$ .

### Вариант 4

1. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , а прямая  $b$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Определите, могут ли  $a$  и  $b$ :  
а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися.
2. Треугольник  $ABC$  и трапеция  $KMNP$  имеют общую среднюю линию  $EF$ , причем  $KP \parallel MN$ ,  $EF \parallel AC$ .  
а) Докажите, что  $AC \parallel KP$ . б) Найдите  $KP$  и  $MN$ , если  $KP : MN = 3 : 5$ ,  $AC = 16$  см.
3. Точка  $M$  не лежит в плоскости ромба  $ABCD$ .  
а) Докажите, что  $MC$  и  $AD$  — скрещивающиеся прямые.  
б) Найдите угол между  $MC$  и  $AD$ , если  $\angle MBC = 70^\circ$ ,  $\angle BMC = 65^\circ$ .

## Контрольная работа № 2 «Параллельные плоскости. Тетраэдр. Параллелепипед»

### Вариант 1

1. Даны параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Через точки  $A$  и  $B$  плоскости проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Найдите  $A_1B_1$ , если  $AB = 5$  см.
2. Верно, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
3. Две плоскости параллельны между собой. Из точки  $M$ , не лежащей ни в одной из этих плоскостей, ни между плоскостями, проведены две прямые, пересекающие эти плоскости соответственно в точках  $A_1$  и  $A_2$ ,  $B_1$  и  $B_2$ . Известно, что  $MA_1 = 4$  см,  $B_1B_2 = 9$  см,  $A_1A_2 = MB_1$ . Найдите  $MA_2$  и  $MB_2$ .

### Вариант 2

1. Отрезки  $AB$  и  $CD$  параллельных прямых заключены между параллельными плоскостями. Найдите  $AB$ , если  $CD = 3$  см.

2. Верно ли утверждение, что плоскости параллельны, если две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым другой плоскости?
3. Из точки  $O$ , лежащей вне двух параллельных плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены три луча, пересекающие плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках  $A, B, C$  и  $A_1, B_1, C_1$  ( $OA < OA_1$ ). Найдите периметр  $A_1B_1C_1$ , если  $OA = m$ ,  $AA_1 = n$ ,  $AB = b$ ,  $BC = a$ .

### Вариант 3

1. Построить сечение, проходящее через линии и точки, выделенные на чертеже (рис. 1).
2. Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 2 см. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $B_1 D$ .
3. Докажите, что линии пересечения двух пар параллельных плоскостей параллельны.

### Вариант 4

1. Построить сечение, проходящее через линии и точки, выделенные на чертеже (рис. 2).
2. Дан прямой параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , основанием которого является ромб  $ABCD$ , угол  $BAD = 30^\circ$ ,  $AB = 18$ ,  $BB_1 = 12$ . Найти площадь  $AB_1 C_1 D$ .
3. Непараллельные отрезки  $AB$  и  $CD$  лежат соответственно в параллельных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Что можно сказать о взаимном расположении прямых  $AC$  и  $BO$ ?

### Контрольная работа № 3 «Перпендикулярность прямых и плоскости»

#### *Вариант I*

1. Длина стороны ромба  $ABCD$  равна 5 см, длина диагонали  $BD$  равна 6 см. Через точку  $O$  пересечения диагоналей ромба проведена прямая  $OK$ , перпендикулярная его плоскости. Найдите расстояние от точки  $K$  до вершин ромба, если  $OK = 8$  см.
2. Длина катета прямоугольного равнобедренного треугольника равна 4 см. Плоскость  $\alpha$ , проходящая через катет, образует с плоскостью треугольника угол, величина которого равна  $30^\circ$ . Найдите длину проекции гипотенузы на плоскость  $\alpha$ .

#### *Вариант II*

1. Длины сторон прямоугольника равны 8 и 6 см. Через точку  $O$  пересечения его диагоналей проведена прямая  $OK$ , перпендикулярная его плоскости. Найдите расстояние от точки  $K$  до вершин прямоугольника, если  $OK = 12$  см.
2. Длины сторон треугольника  $ABC$  соответственно равны:  $BC = 15$  см,  $AB = 13$  см,  $AC = 4$  см. Через сторону  $AC$  проведена плоскость  $\alpha$ , составляющая с плоскостью данного треугольника угол  $30^\circ$ . Найдите расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

### **Вариант III**

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите: а) ребро куба; б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
2. Сторона АВ ромба ABCD равна  $a$ , один из углов ромба равен  $60^\circ$ . Через сторону АВ проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $a/2$  от точки D.
  - а) Найдите расстояние от точки С до плоскости  $\alpha$ .
  - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла DABM,  $M \in \alpha$ .
  - в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью  $\alpha$ .

### **Вариант IV**

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна  $2\sqrt{6}$  см, а его измерения относятся как 1 : 1 : 2. Найдите: а) измерения параллелепипеда; б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
2. Сторона квадрата ABCD равна  $a$ . Через сторону AD проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $a/2$  от точки B.
  - а) Найдите расстояние от точки С до плоскости  $\alpha$ .
  - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла BADM,  $M \in \alpha$ .
  - в) Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью  $\alpha$ .

## **Контрольная работа № 4 «Многогранники»**

### **Вариант 1.**

- 1) Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань — квадрат.
- 2) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол  $45^\circ$ .
  - а) Найдите высоту пирамиды.
  - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро правильного тетраэдра DABC равно  $a$ . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC, и найдите площадь этого сечения.

### **Вариант 2.**

- 1) Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань — квадрат.
- 2) Высота правильной четырехугольной пирамиды равна  $\sqrt{6}$  см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .
  - а) Найдите боковое ребро пирамиды.
  - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро правильного тетраэдра  $DABC$  равно  $a$ . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер  $DA$  и  $AB$  параллельно ребру  $BC$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант 3.

1) Основание прямого параллелепипеда — ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

2) Основание пирамиды — правильный треугольник с площадью  $9\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья — наклонена к ней под углом  $30^\circ$ .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через прямую  $B_1 C$  и середину ребра  $AD$ , и найдите площадь этого сечения.

### Вариант 4.

1) Основание прямого параллелепипеда — ромб с меньшей диагональю 12 см. Большая

диагональ параллелепипеда равна  $16\sqrt{2}$  см и образует с боковым ребром угол  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

2) Основание пирамиды — равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой  $4\sqrt{2}$  см. Боковые грани, содержащие катеты треугольника, перпендикулярны к плоскости основания, а третья грань наклонена к ней под углом  $45^\circ$ .

а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3) Ребро куба  $ABCD A_1 E_1 C_1$  равно  $a$ . Постройте сечение куба, проходящее через точку  $C$  и середину ребра  $AD$  параллельно прямой  $DA_1$ , и найдите площадь этого сечения.

## Контрольная работа № 5 (зачет) «Векторы в пространстве»

### Вариант 1

1. Вопрос. Сформулируйте определения вектора, его длины, коллинеарности двух ненулевых векторов, равенства векторов. Проиллюстрируйте их, используя изображения параллелепипеда.
2. Задача. На рисунке изображен тетраэдр  $ABC$ , ребра которого равны. Точки  $M, N, P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB, AD, DC, BC$ ;  
а) выпишите все пары равных векторов, изображенных на этом рисунке;  
б) определите вид четырехугольника  $MNPQ$ .
3. Задача. Дан параллелепипед  $MNPQM_1N_1P_1Q_1$ . Докажите, что  $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{M_1Q_1} = \overrightarrow{N_1P_1} + \overrightarrow{NP}$ .

### Вариант 2

1. Вопрос. Расскажите о правиле треугольника сложения двух векторов. Проиллюстрируйте эти правила на рисунке.
2. Задача. Упростите выражение:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NM}$ .
3. Задача. Дан параллелепипед  $MNPQM_1N_1P_1Q_1$ . Докажите, что  $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP_1} = \overrightarrow{NQ_1}$ .

### Вариант 3

1. Вопрос. Расскажите о правиле параллелограмма сложения двух векторов. Проиллюстрируйте это правило на рисунке.
2. Задача. Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ . Укажите вектор  $x$ , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что  $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C} - \vec{x} = \overrightarrow{BA}$ .
3. Задача. Основанием пирамиды с вершиной  $O$  является параллелограмм  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $M$ . Разложите векторы  $\overrightarrow{OD}$  и  $\overrightarrow{OM}$  по векторам  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$  и  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ .

### Вариант 4

1. Вопрос. Расскажите о правиле многоугольника сложения нескольких векторов. Проиллюстрируйте его на рисунке.
2. Задача. Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ . Укажите вектор  $x$ , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что  $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{BB_1} + \vec{x} = \overrightarrow{AB}$ .
3. Задача. Точка  $K$  — середина ребра  $B_1C_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{AK}$  по векторам  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{AA_1}$  и найдите длину этого вектора, если ребро куба равно  $m$ .

## Итоговая контрольная работа

### Вариант 1

1. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC = 13$  см и катетом  $BC = 5$  см. Отрезок  $SA = 12$  см, — перпендикуляр к плоскости  $ABC$ .  
а) Найдите  $|AS + SC + CB|$ ; б) Найдите угол между прямой  $SB$  и плоскостью  $ABC$ .
2. В правильной четырехугольной пирамиде диагональ основания равна  $8\sqrt{2}$  см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , проходящей через вершину  $D$  и середины ребер  $AA_1$  и  $A_1B_1$ .



## Вариант 2

1. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC = 16$  см и катетом  $BC = 12$  см. Отрезок  $SC = 20$  см, — перпендикуляр к плоскости  $ABC$ .  
а) Найдите  $|CS + CB + BA|$ ; б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $ABC$ .
2. В правильной четырехугольной пирамиде диагональ основания равна  $4\sqrt{3}$  см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , проходящей через прямую  $AB$  и середину ребра  $B_1 C_1$ .

## Вариант 3

1. Диагонали ромба  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SA$  — перпендикуляр к плоскости ромба.  $SA = 3\sqrt{3}$  см,  $AC = 6$  см.  
а) Докажите, что прямая  $BD$  перпендикулярна к плоскости  $SAO$ ; б) Найдите  $|SD + 1/2(DA + DC)|$ ; в) Найдите двугранный угол  $SDBA$ .
2. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен  $120^\circ$ . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой бокового ребра, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Постройте сечение правильного тетраэдра  $DABC$ , проходящего через середины ребер  $AD$  и  $BC$  параллельно ребру  $DB$ .

## Вариант 4

1. Диагонали ромба  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SA$  — перпендикуляр к плоскости ромба  $SO = 6$  см,  $AB = 5$  см,  $BD = 8$  см.  
а) Докажите, перпендикулярность плоскостей  $SBD$  и  $SAO$ ; б) Найдите  $|1/2(AD+AB)+OS|$ ; в) Найдите угол между прямой  $SO$  и плоскостью  $ABC$ .
2. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Отрезок, соединяющий основание высоты пирамиды с серединой апофемы, равен 3 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Постройте сечение правильного тетраэдра  $DABC$ , проходящего через середины ребер  $AD$  и  $AB$  параллельно ребру  $AC$ .

## Контрольно-измерительные материалы 11 класс (геометрия)

### Контрольная работа 1

## Вариант 1

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите:  
а) площадь боковой поверхности конуса;

- б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $30^\circ$ .
3. Диаметр шара равен 2м. Через конец диаметра проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и этой плоскости.

### Вариант 2

1. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Высота цилиндра равна 5 см, радиус основания равен  $2\sqrt{3}$  см. Найдите площадь сечения.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите:
- а) площадь боковой поверхности конуса;
- б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $60^\circ$ .
3. Сечение шара плоскостью, находящейся от его центра на расстоянии 3 см, имеет радиус 4 см. Найдите площадь сферы.

### Вариант 3

1. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси, есть квадрат. Секущая плоскость отсекает от окружности основания дугу в  $90^\circ$ . Радиус основания цилиндра равен 4 см. Найдите площадь сечения.
2. Радиус кругового сектора равен 6 см, а его угол  $120^\circ$ . Сектор свёрнут в коническую поверхность. Найдите площадь поверхности конуса.
3. В шаре на расстоянии 12 см от центра проведена секущая плоскость так, что образовавшийся в сечении круг имеет радиус 5 см. Найдите площадь сферы.

### Вариант 4

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8 см, а угол между диагоналями равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Образующая конуса равна  $a$ , угол при вершине осевого сечения равен  $a$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.
3. В шаре по одну сторону от центра проведены два параллельных сечения, площади которых  $45\pi \text{ дм}^2$  и  $4\pi \text{ дм}^2$ . Найдите площадь сферы, если расстояние между плоскостями 9 дм.

## Контрольная работа 2

### Вариант 1

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как  $17 : 10 : 9$ , а боковое ребро равно 16 см. Найдите стороны основания пирамиды, если площадь её боковой поверхности составляет  $1152 \text{ см}^2$ .

### Вариант 2

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна 10 см. Найдите объём пирамиды, если боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ .

2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см. Найдите объём призмы, если площадь её боковой поверхности равна  $120 \text{ см}^2$ .

### Вариант 3

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $a$ , наибольшая диагональ призмы составляет с плоскостью основания призмы угол  $\alpha$ . Найдите высоту призмы и её объём.

### Вариант 4

1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания, равные  $4\sqrt{2}$  см и 10 см, образуют угол в  $45^\circ$ . Меньшая диагональ параллелепипеда 14 см. Найдите его объём.

## Контрольная работа 3

### Вариант 1

1. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна  $9 \text{ м}^2$ . Найдите объём конуса.
2. Чему равен объём шарового сектора, если радиус окружности основания равен 60 см, а радиус шара 75 см?
3. Усечённый конус имеет радиусы оснований 4 см и 22 см. Чему равен радиус основания равновеликого ему цилиндра, имеющего с усечённым конусом одинаковую высоту?

### Вариант 2

1. Образующая конуса равна  $l$ , а длина окружности основания равна  $C$ . Найдите объём конуса.
2. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объём общей части шаров к объёму одного шара?
3. Площадь осевого сечения усечённого конуса равна разности площадей оснований, а радиусы оснований равны  $R$  и  $r$ . Найдите объём конуса.

### Вариант 3

1. Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны  $a$ . Найдите объём полученного тела вращения.
2. Какую часть объёма шара составляет объём шарового сегмента, у которого высота составляет 0,1 диаметра шара, равного 20 см?
3. Радиусы оснований усечённого конуса равны 10 м и 6 м, образующая составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объём конуса.

### Вариант 4

1. Прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объём полученного тела вращения.

2. Плоскость, перпендикулярная диаметру шара, делит диаметр на отрезки, равные 3 см и 9 см. Найдите объём шара.
3. Равнобедренная трапеция вращается вокруг оси симметрии. Найдите объём полученного тела, если основания трапеции равны 6 м и 12 м, а боковая сторона равна 5 м.

### Контрольная работа 4

#### Вариант 1

1. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.
2. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно  $a$  и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду конуса, если  $a = 2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .
3. В конус вписан шар радиуса  $R$ . Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём конуса.

#### Вариант 2

1. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.
2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен  $2a$ , а прилежащий угол равен  $60^\circ$ . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол  $45^\circ$ . Найдите объём цилиндра.
3. В правильной треугольной пирамиде каждое боковое ребро равно  $b$  и образует с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите площадь описанной сферы.

#### Вариант 3

1. Объём цилиндра равен  $96\pi$  см<sup>3</sup>, площадь его осевого сечения равна  $48$  см<sup>2</sup>. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.
2. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $h$ , а двугранный угол при основании равен  $\alpha$ . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду шара, если  $h = 3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .
3. В шар радиуса  $R$  вписан конус. Найдите объём конуса, если угол при вершине осевого сечения конуса равен  $60^\circ$ .

#### Вариант 4

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите отношение объёма конуса к объёму шара.
2. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна  $a$  и составляет с плоскостью боковой грани угол  $\alpha$ . Найдите объём призмы и описанного около неё цилиндра, если  $a = 4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .
3. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ , двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь вписанной сферы.

### Контрольная работа 5

#### Вариант 1

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка M лежит на стороне BD, причём  $BM = MO$ ,  $AB = m$ ,  $AC = n$ . Выразите вектор  $BM$  через векторы  $m$  и  $n$ .
2. Дан тетраэдр ABCD, в котором точка K – середина ребра AC, точка M – середина отрезка KD,  $DA = a$ ,  $DB = b$ ,  $DC = c$ . Разложите вектор  $BM$  по векторам  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
3. Даны две точки A и B. Докажите, что для любых точек C и D пространства выполняется равенство  $CB - CA = DB - DA$ .

### Вариант 2

1. В треугольнике ABC точка M – середина стороны AB, точка N – середина стороны AC, отрезки CM и BN пересекаются в точке O,  $BA = a$ ,  $BC = b$ . Выразите вектор  $BO$  через векторы  $a$  и  $b$ .
2. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $AB = a$ ,  $AD = b$ ,  $AA_1 = c$ . Разложите вектор  $AM$  по векторам  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если M – точка пересечения диагоналей  $DC_1$  и  $D_1C$ .
3. Дан треугольник ABC, в котором точки K, L и M – середины сторон BC, AC и AB. Докажите, что для любой точки D пространства выполняется равенство  $DK + DL + DM = DA + DB + DC$ .

### Вариант 3

1. В треугольнике ABC O – точка пересечения его медиан,  $AC = a$ ,  $BC = b$ . Выразите вектор  $AO$  через векторы  $a$  и  $b$ .
2. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $B_1 A_1 = a$ ,  $B_1 C_1 = b$ ,  $B_1 B = c$ . Разложите вектор  $B_1 M$  по векторам  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если M – точка пересечения диагоналей основания AC и BD.
3. Дан четырёхугольник ABCD, середины противоположных сторон которого пересекаются в точке K. Докажите, что для любой точки L пространства выполняется равенство  $LK = 1/4 \cdot (LA + LB + LC + LD)$ .

### Вариант 4

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка M лежит на стороне BC,  $BM = MC$ ,  $AB = p$ ,  $AO = q$ . Выразите вектор  $AM$  через векторы  $p$  и  $q$ .
2. Дан тетраэдр ABCD, в котором точка E – середина ребра BC, точка M – середина отрезка DE,  $AC = a$ ,  $AB = b$ ,  $AD = c$ . Разложите вектор  $AM$  по векторам  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
3. Дан треугольник ABC и две точки D и E, не лежащие в его плоскости. Докажите, что при выполнении равенства  $DE = xAB + yAC$  прямая DE параллельна плоскости ABC.

## Контрольная работа 6

### Вариант 1

1. Даны векторы  $a\{1; -2; 0\}$ ,  $b\{3; -6; 0\}$ ,  $c\{0; -3; 4\}$ . Найдите координаты вектора  $p = 2a - b/3 - c$ .
2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если  $A(6; -4; 8)$ ,  $B(8; -2; 4)$ ,  $C(12; -6; 4)$ ,  $D(14; -6; 2)$ .
3. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите угол  $\varphi$  между векторами  $AD_1$  и  $BM$ , где M – середина ребра  $DD_1$ .

### Вариант 2

1. Даны векторы  $a = 2i - 3j + k$  и  $b = 4i - 2k$ , где  $i, j, k$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов  $a$  и  $b$ .

2. Найдите угол между прямыми MN и EF, если  $M(1; 1; 0)$ ,  $N(3; -1; 0)$ ,  $E(4; -1; 2)$ ,  $F(0; 1; 0)$ .
3. Даны координаты вершин тетраэдра MABC:  $M(2; 5; 7)$ ,  $A(1; -3; 2)$ ,  $B(2; 3; 7)$ ,  $C(3; 6; 0)$ . Найдите расстояние от точки K до точки O, где K – середина ребра AM, O – середина ребра BC.

### Вариант 3

1. Даны векторы  $a\{2; 4; -6\}$ ,  $b\{-3; 1; 0\}$ ,  $c\{3; 0; -1\}$ . Найдите координаты вектора  $p = -a/2 + 2b - c$ .
2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если  $A(\sqrt{3}; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2\sqrt{2})$ ,  $C(0; 2; 0)$ ,  $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$ .
3. Дан куб ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>. Найдите угол между векторами AC и C<sub>1</sub>D.

### Вариант 4

1. Даны векторы  $a = 5i - 2j + 4k$  и  $b = 3j + 2k$ , где  $i, j, k$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов  $a$  и  $b$ .
2. Найдите угол между прямыми MN и KE, если  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; 2; 0)$ ,  $K(2; 2; 0)$ ,  $E(2; 2; 2)$ .
3. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> точка M – центр грани AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D. Найдите угол  $\varphi$  между векторами BM и B<sub>1</sub>C, если измерения параллелепипеда  $AB = 4$  м,  $AD = 3$  м,  $AA_1 = 5$  м.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ "РЯБИНИНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ШКОЛА"**, Полуказакова Оксана Сергеевна, Директор

10.11.23 21:49 (MSK)

Сертификат 503A74306ED16FB80674870B56491C37